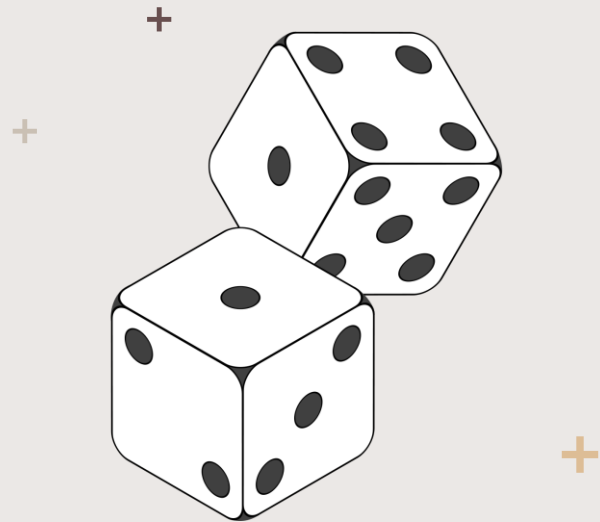


+

Вероватноћа,
случајан
догађај



Случајан догађај

- Случајан догађај је онај догађај чији се исход не може поуздано предвидети.
- Неки примери случајних догађаја: бацање новчића, избор насумичног природног броја, освајање лутрије и сл.
- + • Било која коначна секвенца догађаја се може десити.





„Једна секвенца је случајна ако кошта превише у смислу простора потребног да се она опише.“

Андреј Колмогоров

Вероватноћа

- У нашим животима неизбежно је да се некад запитамо – које су моје шансе да освојим лото? Које су шансе да се разболим ако пушим паклу цигара дневно?
- Неки су себи постављали и далеко комплекснија питања, као на пример – које су шансе да милион пута узастопно добијем писмо на бацању новчића?
- На оваква питања одговоре можемо добити користећи се израчунавањима из вероватноће.

Класична дефиниција вероватноће

- Нека је Ω коначан скуп исхода који су једнако вероватни. Вероватноћа догађаја A једнака је односу броја повољних исхода k и броја свих могућих исхода n у ознаци: $P(A) = k / n$.
- Нека је догађај A да, при бацању коцкице, добијемо број мањи од 5. Дакле, $A = \{1, 2, 3, 4\}$, док је $\Omega = \{1, 2, 3, 4, 5, 6\}$.
- Претпоставимо да су сви исходи подједнако могући; тада важи да је $k = |A| = 4$, док је $n = |\Omega| = 6$, па вероватноћу догађаја A рачунамо као $P(A) = k / n = \frac{4}{6}$.

- Вероватноћа неког догађаја је увек број између 0 и 1.
- Ако је вероватноћа догађаја 1, он је сигуран. Вероватноћа целог скупа исхода Ω је 1, тј. неки исход се сигурно мора десити.
- Ако је вероватноћа догађаја 0, он је немогућ. Сваки исход који не припада скупу Ω сматра се немогућим.
- Догађаји не морају бити подједнако вероватни.
- Погледајмо пример избора насумичног природног броја – ако би сви могући избори били подједнако вероватни, тада би збир свих вероватноћа био ∞ , а не 1.

Почетак развоја вероватноће

+

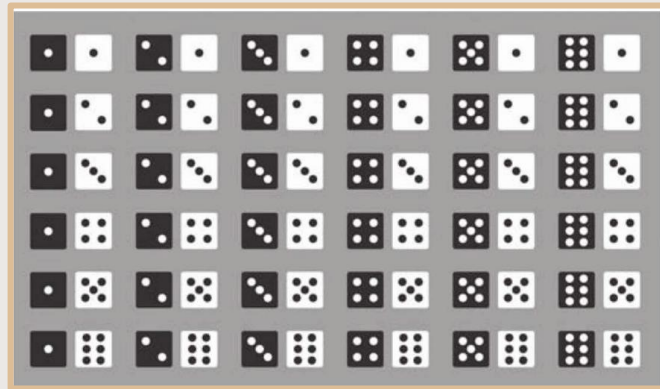
- Витез Де Мере играо се коцкицама. Запитао се која је вероватноћа да у једном бацању добије 6. Знао је да је то $\frac{1}{6}$.
- Мислио је да је, слично томе, вероватноћа да у 4 бацања добије 6 једнака $4 \cdot \frac{1}{6}$. Међутим, по тој логици, вероватноћа да у 10 бацања добије 6 била би $10 \cdot \frac{1}{6}$, што је веће од 1.
- Дакле, одговор није био у томе.



+



- Своје размишљање хтео је да провери и при бацању две коцкице. Овог пута, повољним исходом сматрао је да добије 6 на обе коцкице истовремено.
- Вероватноћа оваквог исхода јесте $\frac{1}{36}$. Она се смањила у односу на ону која је била при бацању једне коцкице, што је витеза збунило.



Класична грешка у вероватноћи

- Витез је у свом рачуну направио грешку. Наиме, превидео је чињеницу да друго бацање коцкице нема никакве везе са првим.
- У питању су независни догађаји, при чему сваки од њих има исту вероватноћу, односно $\frac{1}{6}$ (у случају бацања једне коцкице).
- Вероватноћа да у 4 бацања добије 6 је, дакле, $\frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} \cdot \frac{1}{6} = \left(\frac{1}{6}\right)^4$, а не $4 \cdot \frac{1}{6}$ како је он претходно мислио.

Независност догађаја

- Догађаји A и B су независни ако важи:

$$P(A \cdot B) = P(A) \cdot P(B)$$

- Пример независног догађаја било би бацање новчића и бројање колико смо узастопних писама добили – једно бацање не утиче на оно наредно, свако бацање има свој 50/50 исход независно од осталих.
- Пример зависног догађаја било би бацање коцкице са условом – ако на бацању добијемо шестицу, бацамо опет.

+

+

Вероватноћа да освојимо лото⁺



+

- На листићу има 39 бројева, а играч их бира 7.⁺
- Укупан број могућих избора дат је као:

$$\binom{n}{k} = \frac{n!}{(n-k)!*k!} = 15\ 380\ 937$$

- Шанса да освојимо лото износи 1 у 15 милиона, односно, тек нешто мање од $\frac{1}{15*10^6}$

Коцкарска заблуда

- Погрешно веровање да се неки догађај може десити са већом вероватноћом у будућности само јер се није десио у прошлости.
- На пример, ако је на рулету коцкица 3 пута пала на црвено поље, то не значи да сада мора да падне на црно. Вероватноћа да коцкица падне на црно поље остала је иста као и на почетку, није се повећала зато што је претходно трипут пала на црвено.



Рођендани

- У просторији се налази 30 особа. Која је вероватноћа да макар две особе имају рођендан истог дана?
- Интуитивно, делује нам да је вероватноћа врло мала.
- Међутим, ако пођемо обрнутим поступком и израчунамо која је вероватноћа да нико није рођен истог дана, дошли бисмо до броја: $\frac{365 \cdot 364 \cdot 363 \cdot \dots}{365^{30}} \approx 0.29$
- Дакле, вероватноћа да макар две особе деле исти рођендан израчунала би се као: $1 - 0.29 \approx 0.71$

Да ли постоје случајности?

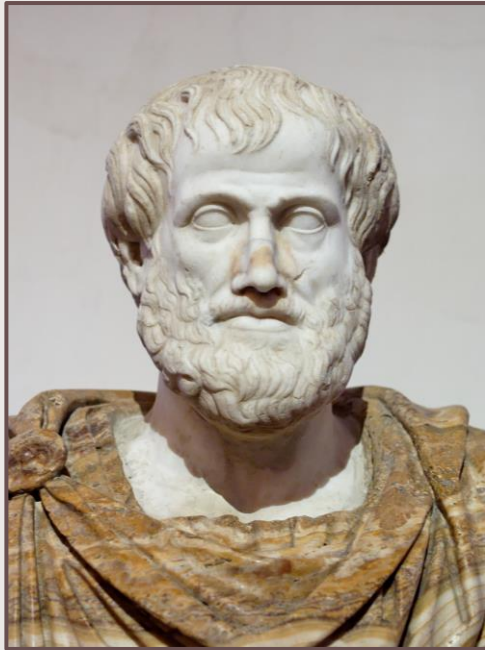
- Шта за нас значи појам „случајност“?
- Исход бацања коцкице није случајан, њега одређују све силе примењене на коцкицу приликом њеног бацања.
- Уколико бисмо познавали све те силе, умели бисмо да унапред израчунамо који ћемо број добити.
- Исход бацања називамо „случајним“ јер је за нас немогуће да израчунамо резултат свих тих сила.



Детерминизам

- Детерминизам – веровање да су сви догађаји у универзуму узроковани једни другима.
- Не постоје насумични догађаји (случајности), сви догађаји зависе од њима претходних.
- У скупу исхода догађаја, само један има вероватноћу 100%, остали имају 0%.

Порекло детерминизма



+

- Први га осмислио Хераклит, VII век п.н.е. Касније га надоградили Аристотел, Сенека, Марко Аурелије.
- Представљао фундаменталну компоненту касније филозофије стоицизма.
- Детерминизам био утицајан до IV века нове ере када су га потиснула нова хришћанска учења.

Утицај на природне науке

- „Скуп природних закона који одређују развој универзума“ – Њутнови закони.
- Хипотеза билијарске кугле – постављени почетни услови који одређују даљи ток дешавања.
- Даљем развоју детерминистичке мисли знатно допринели Томас Хобс, Барух Спиноза, Готфрид Лајбниц, Дејвид Хјум и сл.

- Пјер Симон Лаплас, француски математичар и астроном.
- Заступао детерминизам у изучавању небеских тела.
- „Ако бисмо познавали положај и кретање сваког атома, могли бисмо израчунати њихово прошло, садашње и будуће стање.“
- Своја излагања изнео у делу „Филозофски есеј о вероватноћи“.



Појава у друштвеним наукама

- Појавом просветитељства у XVII веку, на снази добијају научни метод и методолошко изучавање природе, детерминистички концепти који испољавају свој све већи утицај.
- Наука потишњава религију; уместо догми на сцену ступа критичко размишљање.
- Прво издавање „Енциклопедије“ 1751. као одлучни тријумф савремене науке.



Друштвени уговор

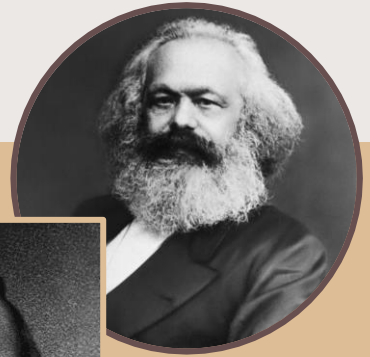
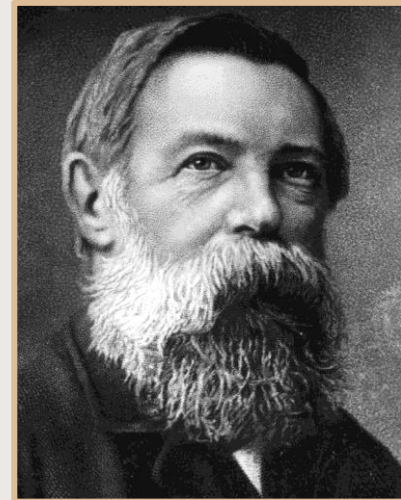
- Један од првих и најзначајнијих напредака друштвених наука у просветитељском добу.
- Метод који при изучавању друштвеног развитака полази од изучавања природних закона.
- Теоретичари друштвеног уговора веровали су да сви друштвени закони зависе од природних закона и да им не могу пркосити.
- Најзначајнији представници: Томас Хобс, Џон Лок, Жан-Жак Русо.



Историјски материјализам

+

- Елементарна компонента марксистичког схватања друштва.
- Налаже да се друштво не развија снагом сопственог духа, већ његов развој зависи од напретка материјалне природе.
- „Људи пре свега морају јести, пити, становати, одевати се, пре него што ће моћи да се баве политиком, науком, уметношћу, религијом итд.“

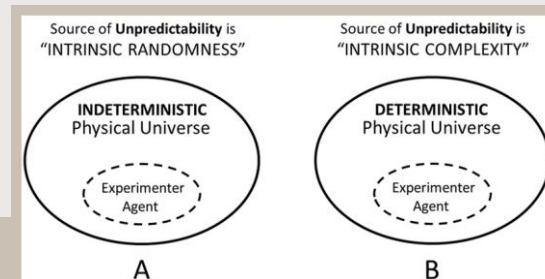


+

+

Индетерминизам

- Представља (не нужно потпуни) контраст детерминизму.
- Догађаји могу узроковати једни друге, али су у суштини независни једни од других и могу се дешавати произвољно. Не постоје „ланци“ догађаја, већ засебни догађаји који су само лабаво повезани неким заједничким особинама.



- Детерминистички узрок: „Ако А узрокује Б, то значи да А увек претходи Б.“
- Међутим, постоји проблем – рат узрокује жртве, али људи умиру и без рата. Дакле, рећи да „рат изазива смрт“ би том логиком било погрешно.
- Индетерминисти одбацују овакав узрок и кажу: „Ако А повећава шансу да се деси Б, кажемо да А пробабилистички узрокује Б.“
- Пробабилистички узрок има своје покриће у вероватноћи.
- Не треба мешати индетерминизам и непредвидивост!

Порекло индетерминизма

- Немогуће је одредити једну прецизну тачку настанка, али се оквирно узима V век п.н.е., када датира и најстарији писани филозофски помен „вероватноће.“
- Најзначајнији представници античког индетерминизма: Леукип, Епикур и Секст Емпирик.
- Епикуров компромис: „Атоми се крећу детерминистички док их нека случајност не избаци из те путање, чиме започиње потпуно нови и насумични ланац догађаја.“





Примена у модерној науци

- Савремени развитак природних наука довео је у питање неприкосновеност детерминистичког система.
- Класична Њутнова механика давала је ваљане резултате при раду са макро-величинским објектима, међутим њена примена на схватање атомских и субатомских честица давала је неконзистентне, често и контрадикторне исходе.
- Мада није нужно представник индетерминистичке науке, теорија хаоса представља једну битну прекретницу између та два тумачења науке.





+

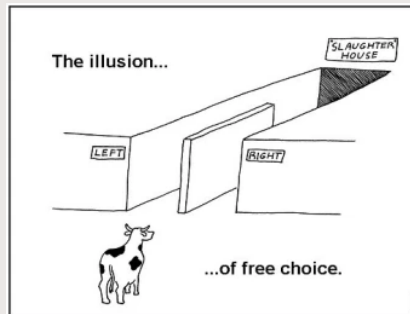
+

- Статистичка механика Лудвига Болцмана – заснована на статистичким методама и теорији вероватноће. +
- Дарвинова теорија еволуције – насумична мутација гена, наспрам детерминистичке теорије Херберта Спенсера.
- Квантна механика – „Копенхагенска интерпретација“ и Хајзенбергов принцип неодређености.

Филозофске супротности

- Први записи о дискурсу између детерминизма и индетерминизма датирају до између I и III века нове ере.
- + • Детерминизам и теологија – парадокс слободне воље (супротност између слободне воље и божијег свезнања).
- + • „Да ли Бог зна или не зна да ли ће појединац бити добар или лош? Ако кажете: „Да, зна“, то мора следити да је тај појединац онда приморан да делује како је Бог претходно знао да ће он деловати, у супротном би божије свезнање било несавршено.“

- Лабаво се надовезујући на парадокс слободне воље, касније се у разматрање узима и проблем објективног морала.
- Кантова морална филозофија – почињено дело има моралну тежину само ако је почињено слободно, из личног убеђења.
- Под претпоставком да важи општи детерминизам, поставља се питање – да ли иједно дело може имати моралну тежину?
- Питање слободне воље представља један од суштинских егзистенцијалних проблема човечанства.



Епилог

- Случајност се јавља као плод наше немогућности да у потпуности срачунамо неки догађај. Тамо где нам фали конкретног знања, ослањамо се на основано погађање.
- Погледајмо пример шаха – у суштини детерминистичка игра чији се сви могући потези могу унапред израчунати и изабрати они најпогоднији.
- Да ли је за људски мозак могуће израчунати толики број комбинација?
- Вероватноћа нам може дати доста приступачнији одговор.



Хвала на пажњи!

Јелена Митровић, 357/2020

Љубомир Аћимовић, 217/2023

Матеја Мићевић, 148/2023

Сретен Милекић, 53/2023

Никола Митровић, 275/2023

Никола Опачић, 100/2023

Михајло Трифуновић, 123/2021

Дејан Суботички, 226/2023