

Zetetika

– Slučajan događaj, verovatnoća–

Viktor Arsenović, Dušan Marić, Stefan Ćosić, Uroš Petković,
Stefan Gajić

Matematički fakultet
Univerzitet u Beogradu

Beograd, 2024.

Pregled

1 Slučajan događaj

2 Verovatnoća

3 Literatura

Slučajan događaj

- Slučajan događaj je onaj događaj čiji ishod ne može da se predvidi unapred. Poznat je samo skup ishoda od kojih jedan sigurno mora da bude, a smatra se da je baš taj ishod rezultat slučajnosti.
- Primer: bacanje novčića, glava ili pismo
Može 100.000 puta uzastopno da padne glava, ali ne može beskonačno mnogo puta da padne glava. Dakle, posle konačnog broja bacanja mora pasti pismo.

Slučajan događaj

- Postoje procesi koji uvek proizvode isti ishod. Događaji koji su rezultat ovakvih procesa nazivaju se sigurni događaji.
Verovatnoća dešavanja ovakvih događaja je 1.
- Primer: Izvlačenje kuglice – siguran događaj
U kutiji se nalazi 8 crnih kuglica. Kolika je verovatnoća da će osoba, izvlačenjem jedne kuglice iz kutije, držeći pri tome zatvorene oči, izvući crnu kuglicu?

Klasična definicija verovatnoće

- Neka je S konačan skup ishoda koji su jednakoverojatni.
Verovatnoća događaja A jednaka je odnosu broja povoljnih ishoda m prema broju svih mogućih ishoda k , tj. $P(a) = m/k$
- Verovatnoća je uvek između 0 i 1.
- 0 - nemoguć događaj.
- 1 - siguran događaj, tj. događaj koji će se sigurno desiti.
- Slučajni događaji ne moraju biti podjednako vrovatni

Klasične greške kod korišćenja verovatnoće

- Nepravilno definisanje ishoda
- Nepravilno brojanje
- Nepravilna primena formule za verovatnoću
- Zanemarivanje konteksta problema
- Prepostavke o nezavisnosti
- Upotreba loših podataka

Klasične greške kod korišćenja verovatnoće

- Primer: Razmatramo izvlačenje karata iz standardnog špila od 52 karte bez vraćanja. Prvo izvlačimo jednu kartu i zatim drugu kartu.
- Neka prvi događaj bude "izvlačenje crne karte" i neka drugi događaj bude "izvlačenje crvene karte".
- U špilu od 52 karte, polovina karata su crne (26 crnih karata od ukupno 52), pa je verovatnoća izvlačenja crne karte u prvom potezu: $26/52 = 1/2$
- Sada, ako prepostavimo da su događaji nezavisni, verovatnoća da izvučemo crvenu kartu nakon što smo izvukli crnu kartu bila bi takođe $1/2$.

Klasične greške kod korišćenja verovatnoće

- Međutim, ovo je pogrešno zbog toga što smo prilikom prvog izvlačenja uklonili jednu kartu iz špila, što znači da više nije podjednako verovatno da će sledeća karta biti crvena ili crna. Sada je u špilu 51 karta, od kojih je 25 crvenih i 26 crnih (jer smo već izvukli jednu crnu kartu).
- Dakle, verovatnoća da izvučemo crvenu kartu u drugom potezu nakon što smo izvukli crnu kartu u prvom potezu nije $1/2$, već je: $26/51 = 0.510$
- Ovo pokazuje da su ova dva događaja, izvlačenje crne karte i izvlačenje crvene karte, zapravo zavisni, a ne nezavisni kao što smo prepostavili.

Loto igra

- Koja je verovatnoća da osvojite loto?
- Na listu je 39 brojeva, od kojih igrač bira 7.
- Ukupan broj kombinacija brojeva je $\binom{39}{7} = 15.380.937$.
- Dakle, šansa da se osvoji loto je 1 u 15 miliona

Loto igra

Događaj	Šansa
ujed ajkule	1 u 11,5 miliona
saobraćajna nesreća	1 u 5.300
smrt od udura groma	1 u milion
smrt u avionskoj nesreći	1 u 11 miliona
napad terorista u gradu koji posećujete	1 u 600.000
udaviti se u moru	1 u 20.000

Monte Karlo zabluda

Pogrešno verovanje da se neki događaj može desiti sa većom verovatnoćom u budućnosti jer se nije desio u prošlosti. Pri tome ovaj događaj ne zavisi od događaja koji su se desili u prošlosti.



RTP

RTP je procenat novca koji bi neka igra trebalo da povrati igraču nakon dužeg perioda igranja. On se računa tako da što se ukupni dobitak iz svih kombinacija podeli sa ukupnim uloženim novcem i pomnoži sa 100 da bi se dobila vrednost izražena u procentima.



Pojašnjenje ruleta

Šanse da kuglica stane na 0 su $1/37$, dok je isplata na ruletu 35 puta od uloženog.



Pojašnjenje slot mašina

Svaka slot mašina se sastoji od linija. Rezultat svake linije predstavlja zapravo nasumično generisan broj. U svakom trenutku se razmenjuju nasumični brojevi za svaku liniju i u momentu kada kliknemo dugme spin dobijamo našu kombinaciju. U kodu svake slot maštine je zapisan rezlutat koji dobijamo pojavljivanjem određene kombinacije. **SVAKI SPIN JE POSEBAN.**



Primer slot mašine

Imamo igru sa 3 linije i jednim dobitkom kada je dobijena kombinacija brojeva: 100, 100, 100. Dobitkom te kombinacije dobijamo povrat od 990 000 puta veći nego ulog. Ostale kombinacije vraćaju 0.



Zaključak

Monte karlo sindrom je vrlo opasan po mentalno zdravlje i finansijsko stanje ljudi i topla preporuka je obići kocku u svakoj prilici.

Opšte o intuiciji

- Intuicija je često opisana kao "osećaj" ili "unutrašnji glas" koji nam pomaže da donosimo brze odluke bez svesnog razmišljanja ili analize. Ona je duboko ukorenjena u ljudsko iskustvo i često se smatra neprocenjivim alatom u procesu donošenja odluka.
- Čak i kada smo nesvesni intuicije, ona je konstantno prisutna u našim životima, a često je poistovećujemo sa šestim čulom, predviđanjem, predosećajem ili nekim unutrašnjim glasom.

Kako i da li se intuicija može razvijati

- Ako intuiciju povezujemo sa iskustvom rećićemo da se ona može razvijati postizanjem što veće svesnosti o ljudima i događajima oko nas, a da najviše pažnje treba obratiti na životne situacije u kojima se nalazimo.
- Kada pokušamo da shvatimo koje poruke nam šalju određeni događaji i šta je njihova suština, tada ustvari činimo prvi korak ka razvoju sopstvene intuicije. Samim tim dozvoljavamo себи da intuitivno spoznajemo svet.

Kako i da li se intuicija može razvijati

- Ipak ako intuiciju posmatramo kao fenomen – šesto čulo, istu razvijamo meditacijom ili jogom.
- Na taj način uspostavljamo veći unutrašnji balans i mir, a samim tim postižemo jedinstvo duše i tela. Tada se čuje onaj unutrašnji glas koji se naziva intuicija, a da bi se došlo do ovog cilja možemo koristiti bilo koji oblik opuštanja, bilo to šetnja u prirodi, plesanje uz muziku ili meditacija u tišini.

Ženska intuicija

- Jedan od najboljih primera da zene imaju izraženiju intuiciju od muškaraca jeste njihova najbolja uloga – uloga majke. Svaka majka koja brine i prati razvoj svog deteta, prinuđena je da uči i prepoznaje neverbalne signale i poruke koje joj njena beba šalje, upravo iskazujući svoje potrebe i želje.
- Isti primer imamo u muško-ženskim odnosima, kada su žene, takođe, intuitivnije od muškaraca, odnosno imaju razvijeniji osećaj za empatiju, jasnije izražavaju emocije gestikulacijom i mimikom i manje sakrivaju osećanja od suprotnog pola.

Intuicija u verovatnoći

Intuicija igra značajnu ulogu i u oblasti verovatnoće. Evo nekoliko ključnih tačaka o intuiciji u vezi sa verovatnoćom:

- Brze Procene
- Pristup Neformalnoj Verovatnoći
- Prepoznavanje Obrazaca
- Kombinacija sa Analitičkim Pristupom
- Nastavak Učenja

Ukratko, intuicija može biti korisna u oblasti verovatnoće kao brz način donošenja odluka, ali je važno kombinovati je sa analitičkim pristupom kako bismo izbegli greške i bolje razumeli stvarnu verovatnoću događaja.

Primer intuicije u verovatnoći

- Marko razmišlja o svom prijatelju Jovanu, nakon pet minuta, zazvonio mu je telefon, rečeno mu je da je Jovan preminuo
- Da li možemo ovo objasniti verovatnoćom? Tj. da li je verovatnoća ovog dogođaja zaista toliko mala da događaj smatramo neverovatnim?
- Marko ima 1000 prijatelja
- Za smrt svakog od njih će čuti u toku narednih 50 godina.
- Kolika je verovatnoća da će Marko da misli o nekome od njih i nakon pet minuta dobije obaveštenje da je preminuo?

Primer intuicije u verovatnoći

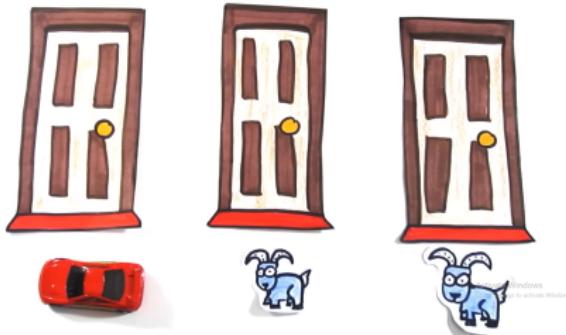
- Broj intervala od 5 minuta tokom godine jednak je $365*24*(60/5)=105120$ intervala
- Verovatnoća za Marka je: $P = 1/105120$, verovatnoća jeste jako mala.
- Ipak pretpostavke su slabe, ako npr. kažemo da Marko živi u populaciji sa 7 miliona ljudi sledi $P*7000000= 665$ ljudi.
- Dakle oko 665 slučajeva godišnje što je više od jednog slučaja dnevno.

Primer intuicije

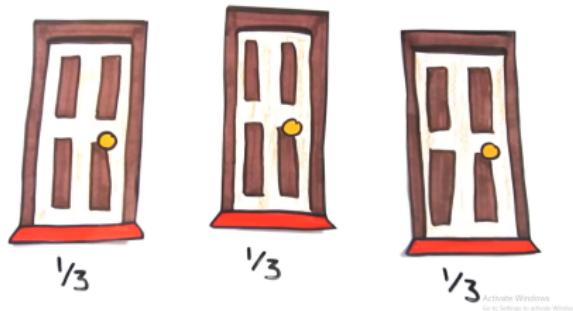
- Sada ćemo navesti jedan primer intuicije iz svakodnevnog života. Sve pomenuto će biti rezultat već pomenutog iskustva tj. stvari koje smo već videli i poznate su nam pa podsvesno znamo šta će se dalje desiti.
- Za kraj želim još da napomenem, intuicija predstavlja dragocen resurs u našem mentalnom sklopu, ali je važno koristiti je sa pažnjom i u kombinaciji sa racionalnim razmišljanjem kako bismo donosili najbolje moguće odluke.

Montiholov paradoks

- Stigli ste do poslednje runde na televiziskom serijalu i imate šansu da osvojite novi auto, ali on stoji iza jednih od troja vrata, dok iza ostala dva stoje koze. Odabrali ste jedna vrata i voditelj odluči da vam otvorи jedna od preostala dvoja vrata iza kojih se nalazi koza, zatim vam ponudi šansu da promenite izbor. Da li ćete promeniti izbor? Da li vam promenom izbora rastu šanse za dobitkom? Kratak odgovor je da.

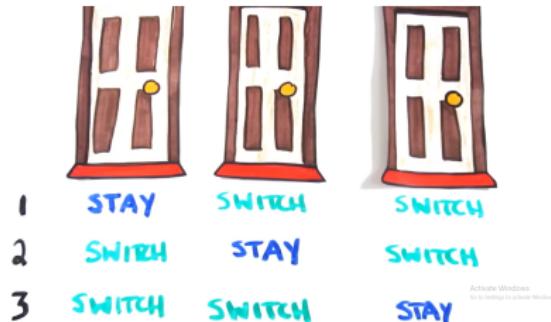


Montiholov paradoks



- Na početku dosta ljudi pomisli da su šanse za odabir tačnih vrata $1/3$, i kada se otklone jedna, šanse za odabir tačnih postaju $50/50$. Ali to je netačno. Ako zamenite vrata šanse da pobedite su $2/3$ a ako ne zamenite šanse ostaju $1/3$. Ova činjenica zbunjuje i najveće mozgove sveta i dan danas, ali kompjuterske simulacije i proračuni ne lažu, zamena vrata vam povećava šanse za dobitak. Zašto?

Montiholov paradoks



- Postoji 9 mogućih slučajeva:
Auto se nalazi iza prvih vrata i vi ste odabrali baš ta vrata, što znači da ne treba da menjate izbor. Ako ste odabrali druga ili treća vrata onda treba vaš izbor da promenite kako bi pobedili.
- Isto važi i kada bi se auto nalazio iza drugih i trećih vrata.
- Što znači da bi šanse da izvučete tačna vrata od svih mogućih kombinacija bile, $3/9$ pokušaja, a u preostalih $6/9$ bi trebali da promenite vaš izbor.

Montiholov paradoks

- Što bi značilo da su šanse da smo prvi put izabrali tačna vrata i da ne bi trebali da menjamo naš izbor $1/3$, dok šanse za odabir tačnih vrata, pri promeni izbora postaju $2/3$.
- Ovaj zaključak se može izvesti i korišćenjem Bayesovog principa. Trazimo verovatnoću da je auto iza 2. vrata pod uslovom da smo prvo odabrali 1. vrata a da se iza 3. koja je otvorio voditelj nalazi koza. I_1 – izbor vrata 1, O_3 – otvorio vrata 3 (i tu je koza), K_2 – kola iza vrata 2.

$$\begin{aligned} P(K_2|I_1, O_3) &= \frac{P(K_2, I_1, O_3)}{P(O_3|I_1)} = \frac{P(O_3|K_2, I_1)P(K_2|I_1)}{P(O_3|I_1)} \\ &= \frac{1 \cdot P(K_2)P(I_1|K_2)}{P(O_3|I_1)P(I_1)} = \frac{P(K_2)P(I_1|K_2)}{P(O_3|I_1)P(I_1)} \\ &= \frac{P(K_2) \cdot 1}{P(O_3|I_1) \cdot 1} = \frac{P(K_2)}{P(O_3|I_1)} = \frac{\frac{1}{3}}{\frac{1}{2}} = \frac{2}{3} \end{aligned}$$

Majkl Dronsin

- Majkl Dronsin (engl. *Michael Dronsin*).
- Biblijski kod – kontraverzno Dronsinovo delo u kojem su prikazane uočene skrivene poruke pronađene u Tori (prvih pet knjiga Starog zaveta).
- Nakon prvog dela pojavljuju se i: Biblijski kod 2, Biblijski kod 3...
- Biblijski kod – primer pogrešnog (namerno pogrešnog) tumačenja slučajnog događaja?



Primeri njegovih pronađenih u Bibliji

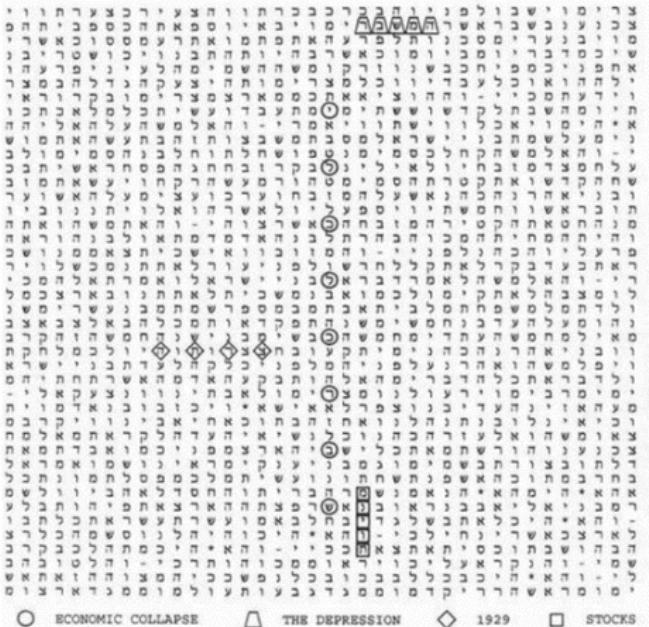
Nacisti i neprijatelji + Hitler + masakr + rđav čovek



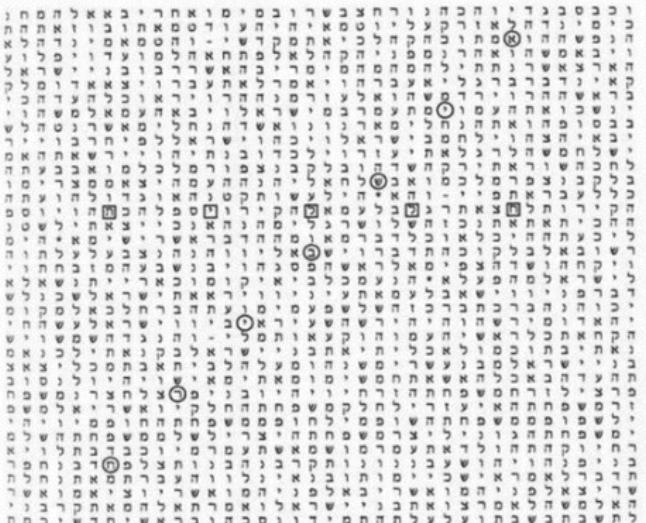
Ovo nije sve:

- “U Nemačkoj” + “Nacisti”
- “U Aušvicu” + “kraj svakom telu”
- “Ciklon B” + “Ajhman”

Primeri njegovih pronađazaka u Bibliji



Primeri njegovih pronađazaka u Bibliji



○ MAN ON MOON

□ SPACESHIP

Primeri njegovih pronađenih u Bibliji



SHOEMAKER - LEVY



WILL POUND JUPITER



8th AV (JULY 16, 1994)

Predvidjeno ubistvo?



RABIN ASSASSINATION



AMIR

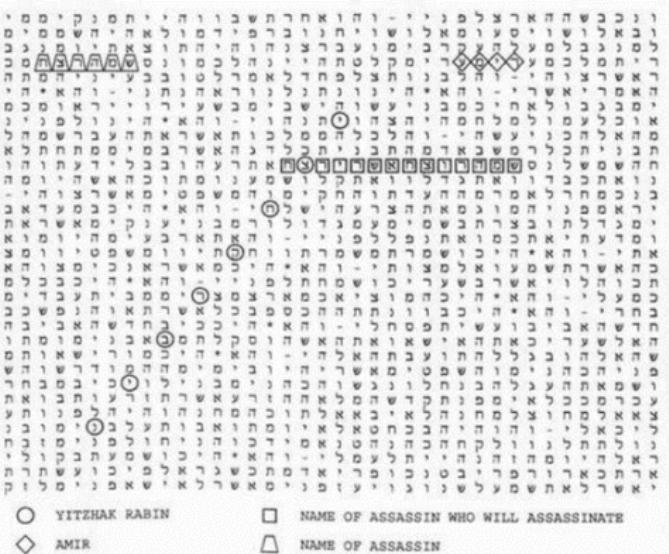


IN 5756 / 1995-96



TEL AVIV

Predvidjeno ubistvo?



Predvidjeno ubistvo?



Metode dekodiranja

Metoda za pronalaženje ovih kodova koje su koristili naziva se "skip kodiranje" (engl. *equidistant letter sequences*), skraćeno "ELS". Na narednim slajdovima biće prikazan postupak kodiranja ovom metodom. Stvaran prevod: Kako je iznenađujuće u šumi reči videti elegantno skriven kod.

Comme c'est surprenant de voir
un code, dans ce champ à mots,
également dissimulé



COMMECESTSURPRENANTDEVOIRUNCODEDANS
CECHAMPAMOTSELEGAMMENTDISSIMULE

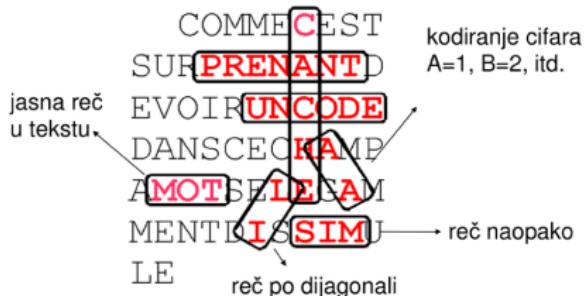
Metode dekodiranja

Korak 1: Uprostimo tekst, uklanjajući razmake i sve ostale znake intepukcije kao i specijalne karaktere.

COMMECESTSU
RPRENANTDEV
OIRUNCODEDA
NSCECHAMPAM
OTSELLEGAMME
NTDISSIMULE

Korak 2: Prikazemo rezultat u obliku matrice.

Metode dekodiranja



Korak 3: Potražimo skrivene reči u ovako dobijenoj matrici. I kao konačan rezultat dobijemo ovakvu rečenicu:

Il a mis un mot cache prenant un code 11.

Prevod: stavio je skrivenu reč uzimajući kod 11.

Kritike

- I Čerčil ubijen?
- Jedan od kritičara Dronsinog dela uspeo je istom metodologijom da pronađe kod u Bibliji, koji govori da je i Čerčil ubijen u atentatu.
- Glavni problem je metodologija „Znam kada vidim“ (engl. *I know it when I see it*).

Kritike

- U knjizi, često vraćanje na uspelo predviđanje atentata na Izraelskog premijera.
- Retko gde se u knjizi spominju neke “normalne” istorijske tačke (Edoisonovo otkriće sijalice. . .), uglavnom su to neka velika istorijska krvoprolica i generalno mračnije strane istorije.
- Predviđanje 3. Svetkog rata, nuklearnim napadom na Izrael.

Kritike

Dve osnovne tačke kritike su:

- Dekodiranje poruka zavisi od tačnosti slovo po slovo
 - Tekstovi Bilije su kopija kopija...
 - Dva ista teksta Biblije se u dva različita prepisa razliku na četrdesetjednom mestu po prevodu.
- Validnost samog načina kodiranja ("ELA" kodiranje)

Kritike

"When my critics find a message about the assassination of a prime minister encrypted in Moby Dick, I'll believe them."
(Newsweek, Jun 9, 1997)

D HUNKS IN THAT PARTICULAR I
IN NING GLAND OR DUE RY PLEAS
ST PASS THROUGH HEN SHE QUI
SHARPSHOOTING PRINS IN HIS
THE BANDED WHALEMEN T HE W
MEDNANTUCKETERSNO RON THE
YOUTENWAKESROUNDTHEWORL
EDUP ANDKEYEDINHIMAHABHA
E AND MOST SIGNIFICANT ONE B

Zaključak

Delo Božanstvenih ruku ili korišćenje slučajnog događaja na jako loš način (spletka).



Literatura

- <https://www.gambling.com/ca/online-casinos/strategy/what-is-return-to-player-2810400>
 - <https://www.bestcasinosites.net/roulette/table/>
 - Zetetika 1 - Prof.Staša Vujičić Stanković
 - "Introduction to Probability- Joseph K. Blitzstein, Jessica Hwang